

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura.

PROGRAMA DE GEOMETRÍA I – Año 2016

Docente responsable: Dr. Francisco Vittone

PROGRAMA SINTÉTICO

Geometría plana. Figuras planas. Cálculo de áreas. Trigonometría plana. Puntos y rectas relacionados con el triángulo.

Geometría en coordenadas. Ecuaciones y lugares geométricos en el plano: recta circunferencia, cónicas.

Geometría del espacio. Cuerpos. Cálculo de volúmenes.

Vectores en el plano y en el espacio. Bases y componentes.

Curvas y superficies en el espacio: recta, plano, cuádricas.

CARACTERÍSTICAS GENERALES

La presente asignatura se desarrolla durante todo el primer año de la carrera. Se compone de dos partes que, mayormente, involucran los mismos conceptos, diferenciándose entre sí por la forma en que los mismos son tratados. La primera parte corresponde a la denominada Geometría Sintética y la segunda a la Geometría Analítica, en ambos casos tanto del plano como del espacio euclídeo. La geometría euclídea es el ámbito propicio para que el alumno que recién se inicia en el aprendizaje profundo de la matemática comience a desarrollar las aptitudes más importantes que necesitará tanto en las asignaturas subsiguientes como en su labor profesional futura. Esto se debe a que en esta asignatura se introduce el primer sistema axiomático donde los teoremas y definiciones se deducen con rigurosidad lógica a partir de éstos hasta construir una teoría matemática profunda, lo que constituye la base del quehacer matemático. Decimos que la geometría euclídea es el ámbito ideal pues se introduce el razonamiento abstracto a partir de modelos concretos que los alumnos traen parcialmente incorporados de la enseñanza media, haciendo que la asimilación de nuevos conceptos y, fundamentalmente de nuevas formas de razonar, se realice sobre la base de una experiencia previa. Se presentan además una gran variedad de problemas donde se introduce tanto la modelización de situaciones reales que pueden resolverse con argumentos matemáticos sencillos, así como de problemas teóricos más profundos. En todos ellos se pretende estimular la creatividad y la rigurosidad en el razonamiento de los alumnos.

En la segunda parte de la materia se introducen conceptos algebraicos que permiten resolver con estrategias diferentes muchos de los problemas que se presentan en la primera, además de tratarse muchos temas nuevos. Se presenta la primera interacción entre dos ramas de la matemática: el álgebra y la geometría, y es la oportunidad ideal para que el alumno se introduzca en el trabajo interdisciplinario, logre interpretar un mismo concepto desde dos puntos de vista diferente y logre valorar qué estrategia es la más conveniente para resolver un determinado problema. La geometría analítica constituye además la base para el posterior estudio del álgebra lineal y el cálculo en varias variables.

OBJETIVOS

El objetivo principal de la presente asignatura es que el alumno adquiera los conocimientos fundamentales de la geometría euclídea, tanto en su forma sintética como analítica. Se espera que al aprobar el examen final los alumnos:

- conozcan la diferencia entre axioma, definición y teorema;
- puedan formular de manera precisa la definición de un ente geométrico;
- pueda realizar demostraciones utilizando un razonamiento lógico riguroso a partir de los axiomas presentados y de las definiciones realizadas;
- logre ejemplificar las situaciones teóricas aprendidas, como así presentar contraejemplos de proposiciones falsas (como por ejemplo recíprocas falsas de algunos teoremas);
- pueda realizar demostraciones de propiedades nuevas simples utilizando las diferentes

- técnicas de demostración introducidas a lo largo del curso;
- logre interpretar, plantear y resolver problemas de distinta índole, distinguiendo las ventajas de aplicar un método puramente sintético o de uno analítico;
- logre las habilidades necesarias para introducirse de manera independiente en nuevos temas relacionados con los abordados en la materia.

CONTENIDO TEMÁTICO

Unidad 1: Puntos, rectas, planos y figuras planas elementales.

- 1.1 Axiomas de incidencia en el plano y en el espacio. Intersección de rectas. Rectas coplanares, paralelas y alabeadas. Axioma de las paralelas.
- 1.2 Axiomas de orden en la recta. Segmentos y semirrectas.
- 1.3 Axiomas de separación en el plano y el espacio. Semiplanos y semiespacios.
- 1.4 Figuras planas elementales: ángulos y polígonos.

Unidad 2: Medida y congruencia de segmentos y ángulos.

- 2.1 Longitud y congruencia de segmentos. Unidades de medida de longitud. Transporte de segmentos. La circunferencia. Clasificación de triángulos según la medida de sus lados.
- 2.2 Medida y congruencia de ángulos. Unidades de medición de ángulos. Transporte de ángulos. Ángulos consecutivos, adyacentes, complementarios y suplementarios. Propiedades. Ángulos opuestos por el vértice. Clasificación de los ángulos según su medida. Clasificación de cuadriláteros.
- 2.3 Primer criterio de congruencia de triángulos y sus consecuencias. Pons asinorum.
- 2.4 Ángulos entre dos rectas determinadas por una tercera. Propiedades de los ángulos alternos, colaterales, correspondientes. Caracterización del paralelismo de rectas. Suma de los ángulos interiores y exteriores de un polígono.
- 2.5 Relaciones de desigualdad en el triángulo. Desigualdad triangular. Comparación de las medidas de los lados y los ángulos que se les oponen en un triángulo.

Unidad 3: Congruencia de triángulos, área de figuras planas y el Teorema de Pitágoras.

- 3.1 Criterios de congruencia de triángulos. Aplicación al estudio de las propiedades de los cuadriláteros.
- 3.2 Área de figuras planas, definición axiomática y cálculo del área de triángulos y cuadriláteros.
- 3.3 Teorema de Pitágoras y su recíproco.

Unidad 4: La circunferencia. Construcciones con regla y compás.

- 4.1 Intersección de rectas y circunferencias. Recta tangente a una circunferencia, caracterización. Distancia de un punto a una recta. Caracterización de la intersección de una recta y una circunferencia en función de la distancia del centro de la circunferencia a la recta.
- 4.2 Intersección de dos circunferencias. Construcción de un triángulo dados sus lados. Transporte de un ángulo.
- 4.3 Mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo. Definiciones equivalentes en términos de distancia. Su construcción con regla y compás. Construcciones con regla y compás de rectas perpendiculares y paralelas a una recta dada.
- 4.4 Puntos notables del triángulo: ortocentro, incentro, circuncentro y baricentro. Demostración de su existencia.
- 4.5 Polígonos regulares. Circunferencia inscrita y circunscripta a un polígono regular.
- 4.6 Cuadriláteros cíclicos, caracterización. Ángulos inscriptos en una circunferencia.

Unidad 5: Proporcionalidad y semejanza.

- 5.1 Razones y proporciones. Propiedades básicas.
- 5.2 Teorema de Thales.
- 5.3 Semejanza de polígonos. Criterios de semejanza de triángulos.
- 5.4 Longitud de la circunferencia y área del círculo. Definición del número pi.

Unidad 6: Trigonometría plana.

- 6.1 Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo: seno, coseno y tangente. Resolución de un triángulo rectángulo.
- 6.2 Razones trigonométricas de ángulos arbitrarios. Identidades trigonométricas básicas. Seno y coseno del ángulo suma.
- 6.3 Teorema del seno. Teorema del coseno. Fórmula de Herón.

Unidad 7: Geometría del espacio.

- 7.1 Posiciones relativas de rectas y planos en el espacio. Recta perpendicular a un plano.
- 7.2 Ángulos diedros y poliedros.
- 7.3 Cuerpos poliedros y cuerpos redondos. Paralelepípedos, primas, conos, cilindros, pirámides y esferas.
- 7.4 Fórmula de Euler para poliedros.
- 7.5 Principio de Cavalieri. Cálculo de volumen de los principales cuerpos geométricos.

Unidad 8: Vectores

- 8.1 Sistemas de coordenadas. Lugares geométricos.
- 8.2 Vectores puntuales y libres. Características de los vectores libres: módulo, dirección y sentido. Igualdad de vectores. Ángulo entre vectores.
- 8.3 Multiplicación de un vector por un escalar. Propiedades. Caracterización de vectores paralelos.
- 8.4 Suma de vectores. Definición geométrica. Propiedades.
- 8.5 Proyección de un vector sobre otro. Producto escalar de vectores. Propiedades. Caracterización de vectores ortogonales.
- 8.6 Caracterización de vectores coplanares. Bases en la recta, en el plano y en el espacio. Componentes de un vector en una base. Cambio de base.
- 8.7 Operaciones entre vectores por componentes.
- 8.8 Producto vectorial y mixto.

Unidad 9: Transformaciones rígidas en el plano.

- 9.1 Simetrías axiales y centrales. Rotaciones. Traslaciones.
- 9.2 Definición de transformación rígida y propiedades fundamentales. Imágenes de segmentos, rectas, ángulos, polígonos y circunferencia por una transformación rígida.
- 9.3 Clasificación de las isometrías del plano.
- 9.4 Homotecia: definición y propiedades básicas.

Unidad 10: Geometría Analítica del plano.

- 10.1 Ecuación vectorial, paramétrica, explícita y cartesiana de la recta en el plano. Pasajes de una forma a otra.
- 10.2 Posición relativa de dos rectas. Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, resolución geométrica y analítica.
- 10.3 Problemas con rectas: ángulo entre dos rectas, distancia de un punto a una recta, distancia entre rectas paralelas.
- 10.4 Inecuaciones lineales en dos incógnitas. Resolución geométrica.
- 10.5 La circunferencia y su ecuación cartesiana. Intersección de dos circunferencias y de rectas con circunferencias.
- 10.6 La elipse. Definición y elementos característicos. Simetrías. Ecuación cartesiana de una elipse con eje focal paralelo a uno de los ejes cartesianos.
- 10.7 La parábola. Definición y elementos característicos. Simetrías. Ecuación cartesiana de una parábola con directriz paralela a uno de los ejes cartesianos.
- 10.8 La hipérbola. Definición y elementos característicos. Ecuación cartesiana de una hipérbola con eje focal paralelo a los ejes cartesianos. Ecuación de sus asíntotas.
- 10.9 Transformación de coordenadas por traslación de ejes. Transformación de coordenadas por rotación de ejes.
- 10.10 Estudio de la ecuación general de segundo grado. Elección del ángulo de rotación mediante el cual se elimina el término rectangular.
- 10.11 Discriminante de la ecuación general de segundo grado. Clasificación de la ecuación

general de segundo grado en tipo elíptico, parabólico e hiperbólico.

Unidad 11: Geometría Analítica del Espacio

- 11.1 Ecuación vectorial, paramétrica y ecuaciones cartesianas de una recta en el espacio. Pasajes de una forma a otra.
- 11.2 Posiciones relativas entre dos rectas en el espacio. Distancia entre dos rectas alabeadas.
- 11.3 Ecuación paramétrica y cartesiana del plano en el espacio. Pasaje de una forma a otra.
- 11.4 Posiciones relativas de una recta y un plano. Posiciones relativas de dos planos. Distancia de un punto a un plano.
- 11.5 Ecuaciones paramétricas de curvas en el espacio.
- 11.6 Superficies Cuádricas sin término rectangular: paraboloides, hiperboloides, conos, cilindros y esferas.
- 11.7 Curvas definidas como intersección de superficies.
- 11.8 Conos y cilindros generalizados.

Contenidos actitudinales:

- Autonomía, creatividad y perseverancia en el planteo y la búsqueda de soluciones a los problemas planteados.
- Valoración del rol modelador de la Matemática para el abordaje de situaciones problemáticas.
- Valoración de las distintas técnicas de demostración y elección razonada de la más adecuada para un problema particular.
- Valoración de la importancia del aprendizaje permanente.
- Actitud solidaria, cooperativa, predisposición al trabajo en grupo y al intercambio de ideas.
- Valoración del papel central del pensamiento crítico en el desarrollo de las ciencias.
- Precisión y utilización del lenguaje matemático adecuado, tanto en la producción escrita como oral.

Contenidos procedimentales:

- Enunciación de teoremas y resultados generales a partir del análisis de casos particulares.
- Ejemplificación de las situaciones teóricas planteadas. Presentación de contraejemplos de propiedades falsas, fundamentalmente contrarecíprocas de algunos de los teoremas planteados.
- Demostración, utilizando distintas técnicas, de todas las propiedades y problemas planteados en los contenidos temáticos.
- Modelización de algunos problemas reales en términos geométricos.
- Construcción de entes geométricos con regla y compás.

BIBLIOGRAFÍA BASICA:

Geometría del plano y del espacio. Graciela G. Garguichevich. UNR Editora. 2007.

Mascó de Nasini, Ada E., López Roberto. Lecciones de Algebra y Geometría analítica, Volumen 1, EUCA Ediciones, 1977.

Mascó de Nasini, Ada E., López Roberto. Lecciones de Algebra y Geometría analítica, Volumen 2, EUCA Ediciones, 1972.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

Fundamentos de Geometría. David Hilbert. Textos Universitarios N° 5, Consejo Superior de

Investigaciones Científicas. 1991

Elementary geometry from an advanced standpoint. Edwin E. Moise. Addison-Wesley. 1990.

Retorno a la geometría. Coxeter, H. S. M., Greitzer S.L. La tortuga de Aquiles. 1994.

Área y volumen en la geometría elemental. Araujo J., Keilhauer, G. Pietrocola, N. Vavilov, V. Red Olímpica, 2000.

Álgebra y geometría. Hernández, Eugenio., Addison-Wesley, 2008.

The thirteen books of The Elements, Vol. 1 y Vol. 2 . Euclides. Dover. 1956.

MODALIDADES DE ENSEÑANZA

El dictado de las clases estará constituido de una parte teórica y de una parte práctica. Las clases teóricas serán de carácter expositivo a cargo del docente, fomentando continuamente la participación de los alumnos. Se introducirán los axiomas y las definiciones a partir de la experiencia previa de los alumnos incentivándolos a participar activamente en la construcción de la nueva teoría y se demostrarán los teoremas tomando como disparador las estrategias que ellos propongan, analizando los beneficios o los problemas de las propuestas que realicen. Toda la teoría será además presentada en los apuntes de cátedra (ver Recursos). La parte práctica constará de la resolución individual o grupal de problemas de distinta índole a cargo de los alumnos con una puesta en común a cargo del docente, donde se corregirán eventuales errores. Se expondrán además problemas donde se utilicen técnicas importantes de uso frecuente en problemas de geometría. Cada uno de los docentes de la cátedra ofrecerá una hora de consulta semanal a contraturno donde los alumnos podrán evacuar las dudas teóricas o prácticas que surjan durante el cursado.

RECURSOS

Para el mejor desarrollo de las clases se propondrá un apunte de la cátedra para cada unidad temática, que incluya tanto el desarrollo teórico como los trabajos prácticos propuestos. Todos los apuntes se encuentran disponibles en la página web del docente responsable, www.fceia.unr.edu.ar/~vittone. Para el desarrollo de las clases se dispondrá de pizarra y fibrón. Se fomentará además el uso del software *geogebra*, disponible de forma gratuita, para el planteo de algunos temas particulares (fundamentalmente cuando se realicen construcciones con regla y compás).

EVALUACIÓN

Durante el cursado regular de la asignatura se realizarán tres exámenes parciales de índole teórico-práctico. Los exámenes constarán de ejercicios de los siguientes tipos

1. Ejercicios de aplicación directa de los conceptos teóricos tratados durante el dictado de la asignatura, donde el alumno pueda demostrar que ha adquirido los conceptos teóricos básicos necesarios.
2. Problemas pautados, donde en distintos items el alumno pueda demostrar distintas habilidades para resolver un problema complejo.
3. Problemas que el alumno deberá plantear y resolver a partir simplemente del enunciado.
4. Ejercicios de índole teórica de tipo verdadero o falso donde el alumno deba decidir la validez de ciertas proposiciones y justificarlas adecuadamente.
- 5.

La resolución de todos los problemas deberá estar debidamente justificada. De esta manera se podrá evaluar la profundidad con que el alumno ha adquirido los conocimientos impartidos y a qué nivel ha logrado cumplir con los objetivos planteados.

Se adquirirá la condición de alumno regular cuando se logre un promedio de 6 (seis) puntos entre los tres exámenes parciales y no se obtenga en ningún parcial una nota inferior a 5 (cinco). Se podrá recuperar el primer examen parcial y sólo uno de los últimos dos exámenes. Quienes obtengan un promedio de 8 (ocho) puntos entre los exámenes parciales y ninguna nota inferior a 7 (siete) estarán eximidos durante el turno inmediatamente posterior a la culminación del dictado de la materia de realizar los ejercicios del examen final de práctica que versen sobre los temas evaluados en los

parciales.

Quienes no cumplan estos requisitos obtendrán la condición de alumno libre.

El alumno regular aprobará la materia tras aprobar un examen práctico de las características de los exámenes parciales, dividido en dos instancias. La primer instancia coincidirá con el examen de los alumnos promovidos y su aprobación es condición indispensable para acceder a la segunda instancia.

El alumno libre realizará un examen práctico de las características del alumno regular, sólo que la segunda instancia contará con algunos ejercicios extra que permitan comprobar que se han cumplido todos los objetivos planteados en la asignatura y que no fueron comprobados durante el cursado.

Aprobado el examen práctico, todos los alumnos (promovidos, regulares o libres) deberán realizar un examen teórico donde deberá realizar definiciones y demostraciones tratadas a lo largo del curso así como demostraciones simples de nuevas propiedades donde deba aplicar las técnicas de demostración estudiadas.